

VIDA JÓZSEF - KULCSÁR JÁNOS

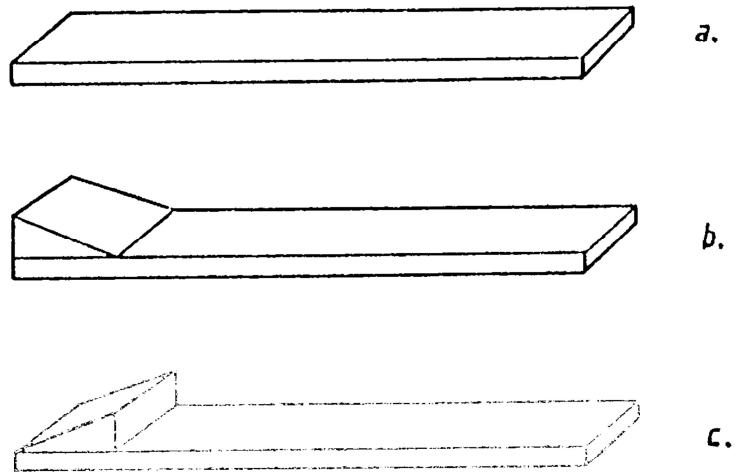
A SPEKTRÁLIS FELBONTÓKÉPESSÉG (II.)

ABSTRACT: This dissertation expounds the functionary mechanism of the Lummer - Gehrcke - sheet (interferometer) which is usual in interference spectroscopy. Then it proposes a criterium for the capacity of disintegration. Starting from the Airy-form, under the criterium, it determines the measurement of the capacity of disintegration to the last (which can be made in practice) interference categories. We worked the task out with computers because of the respectable quantity of the mass of facts.

1. A Lummer-lemez

A soksugaras interferométerek egyike a Lummer-lemez. Lényegében egy 10-30 cm hosszú, 2-5 cm széles és 3-10 mm vastag téglatest alakú üveg vagy kvarclemes. Megfelelő működéséhez a két legnagyobb szembenlevő lapjának pontosan plánparalellnek és igen nagy simaságúnak $(\sim \frac{\lambda}{40})$ kell lennie.

Az első ilyen soksugaras interferométert O. Lummer készítette 1901-ben (1.a. ábra), majd 1903-ban E. Gehrcke módosította úgy, hogy egy totálreflexiós prizmat ragasztott a lemezre (1.b. és c. ábra).

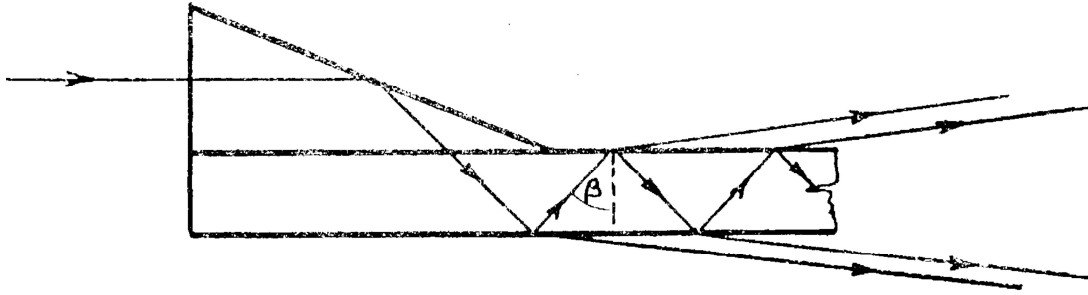


1. ábra

Működése az alábbi: a vizsgálandó fényforrás párhuzamosított sugárnyalábja a kis üvegprizmán át a lemezbe jut (2. ábra), ahol sokszoros reflexió megy végbe úgy, hogy a lemezben a beesési szögek (θ) megközelítik a teljes visszaverődés határszögét. Nagy beesési szögek esetén a visszaverőképesség is nagy ($R \approx 0,95$), így a fény intenzitása egy-egy visszaverődéskor alig csökken, s ezáltal a lemezből - azt csaknem súrolva - sok, közel egyenlő intenzitású, koherens nyaláb lép ki. A kilépő, szomszédos fénynyalábok között állandó az optikai útkülönbség s vele együtt a fáziskülönbség. Interferenciájuk létrejöttékor olyan irányokban erősítik egymást, amelyekben az útkülönbség (Δ) a hullámhossz egész számú többszöröse:

$$\Delta = m\lambda . \quad (1.1)$$

Az itt szereplő m az interferencia rendszáma, ami a nagy útkülönbségek miatt mindig nagy értékeket vesz fel.



2. ábra

Határozzuk meg az erősítés feltételét! A fáziskülönbség (δ) a szomszédos nyalábok között:

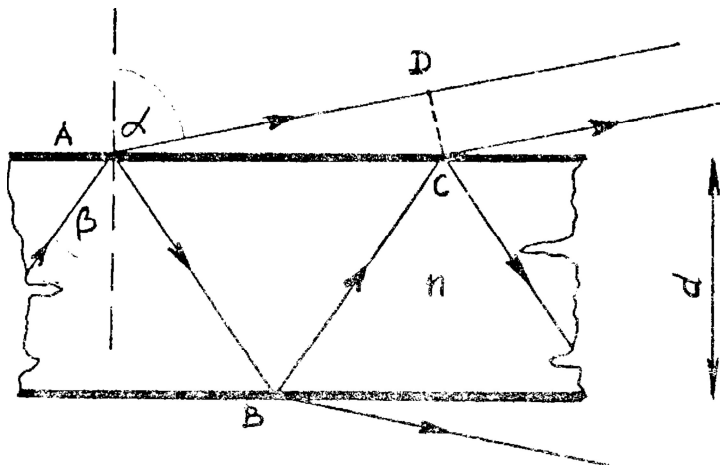
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta . \quad (1.2)$$

Legyen a lemez vastagsága d , anyagának környezetéhez viszonyított törésmutatója n (3. ábra). Az ábra segítségével határozzuk meg a Δ útkülönbséget!

$$\Delta = (\overline{AB} + \overline{BC}) - \overline{AD} .$$

A nyalábok kilépési pontjainak távolságával:

$$\Delta = \frac{\overline{AC}}{\sin \beta} - \overline{AC} \sin \alpha .$$



3. ábra

A két különböző úton haladó nyaláb fázisa a C ill. D pontban:

$$\delta_C = \frac{2\pi}{\lambda'} \frac{AC}{\sin\beta} \quad \delta_D = \frac{2\pi}{\lambda} AC \sin\alpha$$

(ahol λ' a fény hullámhossza a lemezben).

A fáziskülönbség:

$$\delta = \delta_C - \delta_D = \frac{2\pi AC}{\lambda} \left(\frac{n}{\sin\beta} - \sin\alpha \right).$$

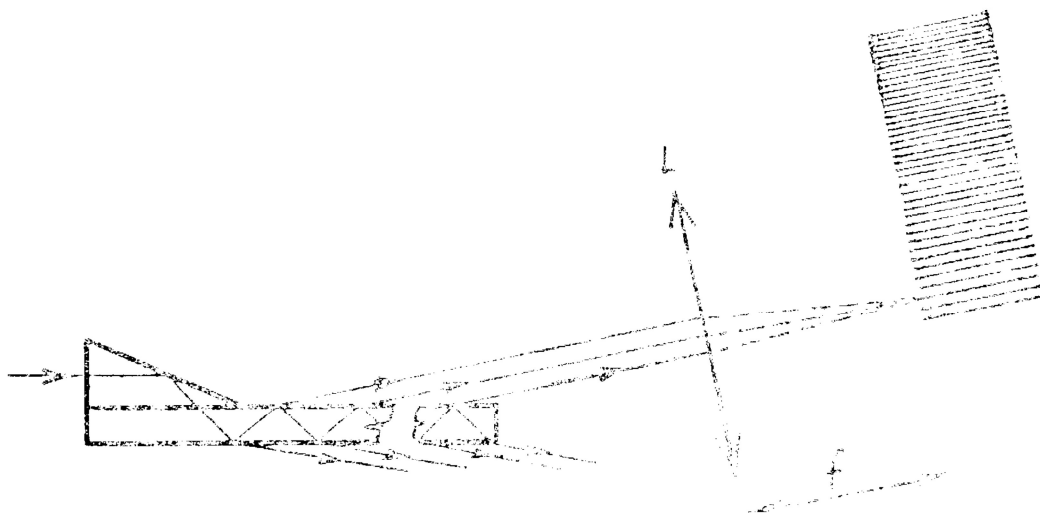
Itt felhasználtuk a $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$ kapcsolatot, majd trigonometrikus összefüggések segítségével jutunk az alábbi alakhoz:

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} d \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}. \quad (1.3)$$

Az 1.1, 1.2 és 1.3 -ból megkapjuk az interferencia során létrejövő erősítés feltételét:

$$m\lambda = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}. \quad (1.4)$$

Az interferencia a kilépő nyalábok útjába állított gyűjtőlencse fókuszsjában, intenzív, világos hiperbólacsíkok alakjában jelentkezik (4. ábra).



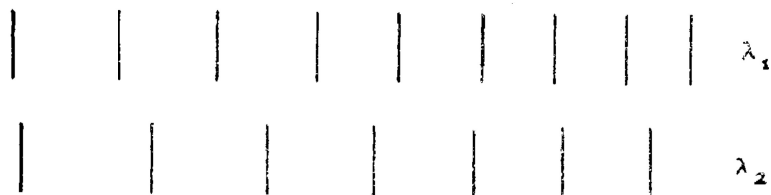
4. ábra

A sok nyaláb interferenciája éles maximumokat, azaz a sötét csíkoknál jóval keskenyebb, intenzív vonalakat eredményez. A megegyező fáziskülönbségű hullámok mind ugyanazon rendű maximumvonalon erősítik egymást.

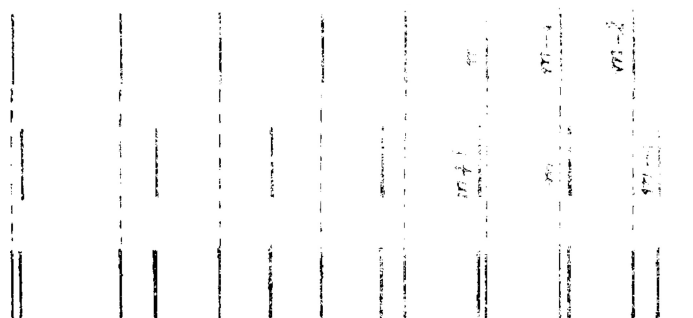
Egy adott hullámhosszat egy hiperbólacsík-sorozat reprezentál, amelyben az egyes csíkok az interferencia rendszámát is meghatározzák. Az m rendszám azt jelenti, hány hullámhossznyi a szomszédos nyalábok között az optikai útkülönbség. Ebből értelemszerűen következik, hogy a legbelső (a 4. ábrán a legalsó) csíkok adják a legmagasabb számú rendeket.

2. A Lummer-lemez felbontóképessége

Amennyiben egy fényforrás pl. két hullámhosszon sugároz, akkor mind a két hullámhosszat különálló csíkrendszer (vonalsorrendszer) képviseli. Ha a hullámhosszkülönbség elég nagy, úgy az egyik (λ_1) interferenciacsíkjaiinak távolsága kisebb a másiknál (λ_2) (5.a ábra), aminek következtében az összegzetten jelentkező interferenciaképen a λ_2 vonalsorozat m -edik rendje átfedi (megelőzi) a másik vonalsorozat $(m-1)$ -edik rendjét (5.b ábra).



5.a ábra



5.b ábra

Elég kicsi szinképi komponenstávolságok esetén átfedés nem jön létre, a megfelelő rendek mind egymás mellett jelennek meg (6. ábra). A Lummer-lemez felbontóképességén múlik, hogy adott $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ hullámhosszkülönbség esetén az egyes hullámhosszakhoz tartozó csíkok elkülöníthetők vagy sem.



6. ábra

A Lummer-lemez elméleti felbontóképességére F. Koláček 1912-ben állapított meg egy formulát, amely a lemezt "súrlódó" szög alatt elhagyó nyalábok esetében a következő:

$$R_s = \frac{l(n^2 - 1)}{\lambda} . \quad (2.1)$$

Ahol l az első és utolsó reflexió közötti távolság, n a lemez törésmutatója, λ pedig a vizsgált fény hullámhossza. A Koláček-formula a felbontóképességre l növelésével egyre magasabb értéket ad a valóságosnál. A lemezben végbemenő abszorpció miatt az l növelése a felbontóképesség

növekedését a fenti mértékben nem eredményezheti, így a formula csak közelítő számításoknál fogadható el. (Hansen 1930-ban Williams-nek írt levelében hívja fel erre a figyelmet).

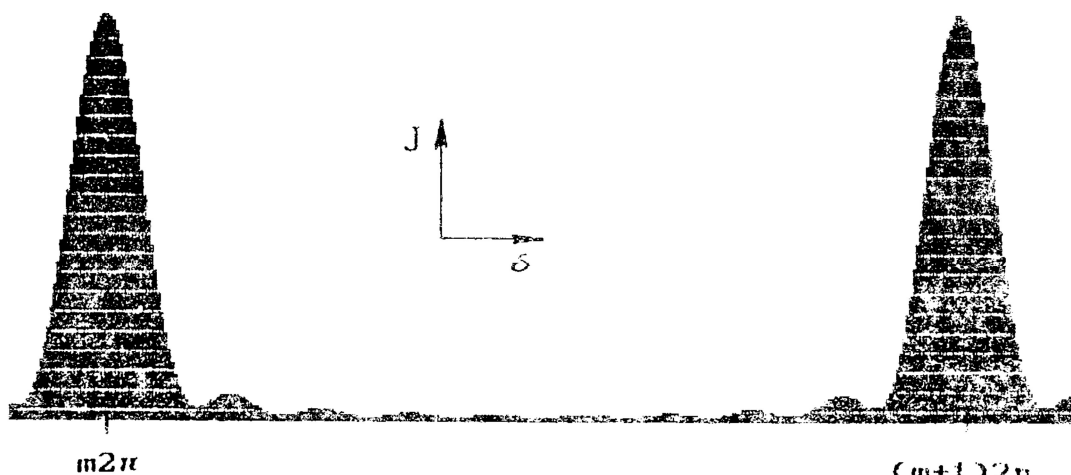
Az alábbiakban kísérletet teszünk a Lummer-lemez felbontóképességének az intenzitásgörbe (vonalprofil) segítségével történő meghatározására.

Mindenekelőtt ismernünk kell a csík(ok) intenzitásgörbáját. (Az interferenciakép csíkjaira merőleges irányban vett "intenzitásmetaszt"-ről van szó). A Lummer-lemezt elhagyó P számú sugárnyaláb interferenciájából adódó intenzitásfüggvény az általános Airy-formulával írható le:

$$J = \frac{(1-R^P)^2 + 4R^P \sin^2(P \delta/2)}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(\delta/2)} \quad (2.2)$$

E fenti intenzitáseloszlási formula a 7. ábrán látható ún. sávgörbét eredményezi ($P=10$, $R=0,9$), ahol a δ egyéb lemezparaméterek mellett még a hullámhossznak és a lemezt elhagyó nyaláb α szögének is függvénye (lásd az 1.3).

Az elsőrendű intenzitásmaximumot az első minimum, majd a másodrendű maximum stb követi. Az elsőrendű intenzitásmaximumok $\delta=2\pi$ szerint ciklikusan ismétlődnek.



7. ábra

(A profilgörbén látható apró lépcsőzetesség a számítógépes grafika kis felbontóképessége miatt van.)

Két közeli hullámhossz esetében a sávgörbék eredőjét a 8. ábra szemlélteti. A felbontóképesség ezen λ_1 és λ_2 vonalak egymástól való megkülönböztethetőségére fogalmazandó meg.



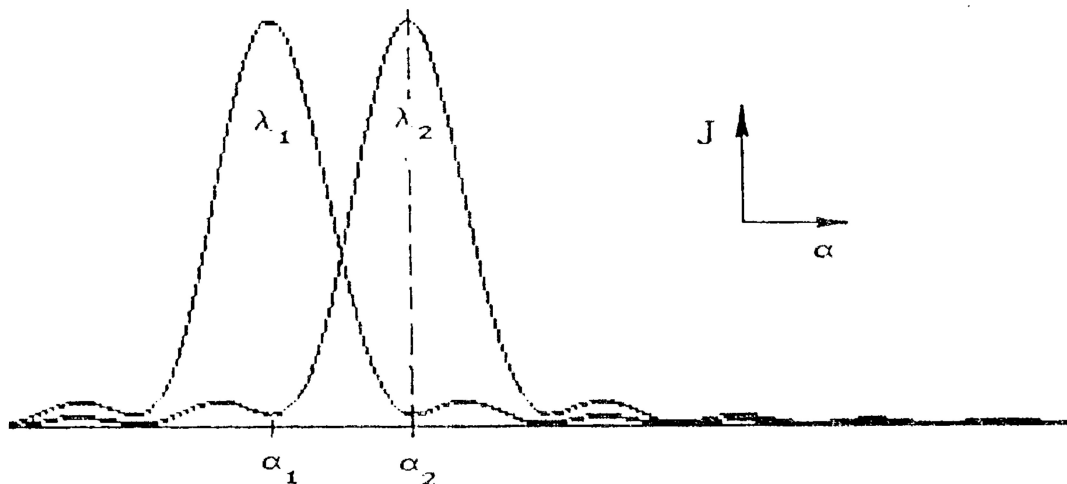
8. ábra

A Rayleigh-kritérium alapján szeretnénk a Lummer-lemez felbontóképességére egy használható kritériumot definiálni. Előzetesen két dolgot kell figyelembe venni: egyrészt ezen intenzitásgörbék profilja nem egyezik meg a Fraunhofer-féle elhajlásgörbe alakjával, másrészt az Airy-formulával megadott sávgörbe intenzitása a zérus értéket sehol sem veszi fel.

A most lefektetendő kritérium definiálására két lehetőség kínálkozik:

- a.) A Rayleigh-kritériumban adódó intenzitásarányt alapul véve: akkor tekintünk két azonos intenzitású interferenciacsíkot éppen felbontottnak, ha az eredő (relatív) intenzitásgörbén megjelenő két maximum közötti nyereg intenzitásaránya 0,81 értéket vesz fel.

b.) A Rayleigh-kritérium alapfeltevését alkalmazva esetünkre: akkor tekintünk felbontottnak két közeli interferenciacsíkot, ha az azokat megadó sávgyöbék elsőrendű maximumai úgy helyezkednek el egymás mellett, hogy a λ_1 elsőrendű maximuma egybeesik a λ_2 első minimumával (9. ábra).



9. ábra

Az a.) változat nem vezet eredményre, mert a 0,81 -os nyeregmagasság nem tartozik reprodukálható $\Delta\lambda$ hullámhosszkülönbséghez. Az ezzel kapcsolatos vizsgálat eredményeit így itt nem említjük, a továbbiakban csak a b.) változat kifejtésére szorítkozunk.

3. A sávgyörbe vizsgálata

A 2.2 Airy-formulát elemezve, megállapítható, hogy annak maximuma a számlálóban és nevezőben szereplő szinuszfüggvények zérusértékénél van. Belátható, hogy ehhez elegendő a nevezőben levő szinuszfüggvény vizsgálata.

A $\delta = (n-1)2\pi - n2\pi$ intervallumokban a nyalábszámtól függően $P-2$ helyen találunk relatív maximumot. A hullámvölgyek száma pedig $P-1$ (lásd a 7. ábrát).

A vizsgálat során az is megmutatkozott, hogy δ mindenkori értékét - az állandó paraméterek mellett - α határozza meg (lásd az 1.3). Ez abban nyilvánul meg, hogy az α egyenletes csökkentésével sűrűsödő maximumsorozathoz jutunk.

Számítógép segítségével a meghatározott hullámhosszak mindegyikén megvizsgáltuk ($\alpha=90^\circ$ -tól 87° -ig terjedő intervallumban) a $\sin(\delta/2)$ zérushelyeit. Ezután az elsőrendű maximumok és az azt követő első minimumok (α szerinti) helyeit és intenzitásértékeit számítottuk ki az Airy-formula felhasználásával, a 400-800 nanométeres tartományban, a kiválasztott nyolc hullámhossz mindegyikén az utolsó húsz rendre.

4. A felbontóképesség meghatározása

A tapasztalat szerint az utolsó és az azt megelőző rendhez tartozó csík deformáltan, elmosódottan jelentkezik, amit az elméleti számítások is alátámasztanak. E miatt a vizsgálat során a két utolsó rendet figyelmen kívül hagytuk. A felbontóképesség meghatározása a kiválasztott hullámhossz kiválasztott rendjén az alábbiak szerint történik: Képezzük azt a λ_2 hullámhosszat, amely alig különbözik λ_1 -től (lásd a 6. ábra), elsőrendű intenzitásmaximuma pedig egybeesik a λ_1 azonos számú rendjének intenzitásmaximumát követő első minimumával (9. ábra). A $\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda$ hullámhosszkülönbség az Airy-formula segítségével meghatározható. Ugyanis, ha a λ_1 -hez tartozó maximum α_1 helyen, a λ_2 -höz tartozó α_2 helyen van, akkor az ezekből képzett $\sin(\delta/2)$ -nek mindkét esetben zérushelye van:

$$\sin\left(\frac{\delta_1}{2}\right)=0, \quad \sin\left(\frac{\delta_2}{2}\right)=0.$$

Mivel

$$\delta_1 = \frac{4\pi d}{\lambda_1} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1},$$

és

$$\delta_2 = \frac{4\pi d}{\lambda_2} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_2},$$

ezért a hullámhosszak között a

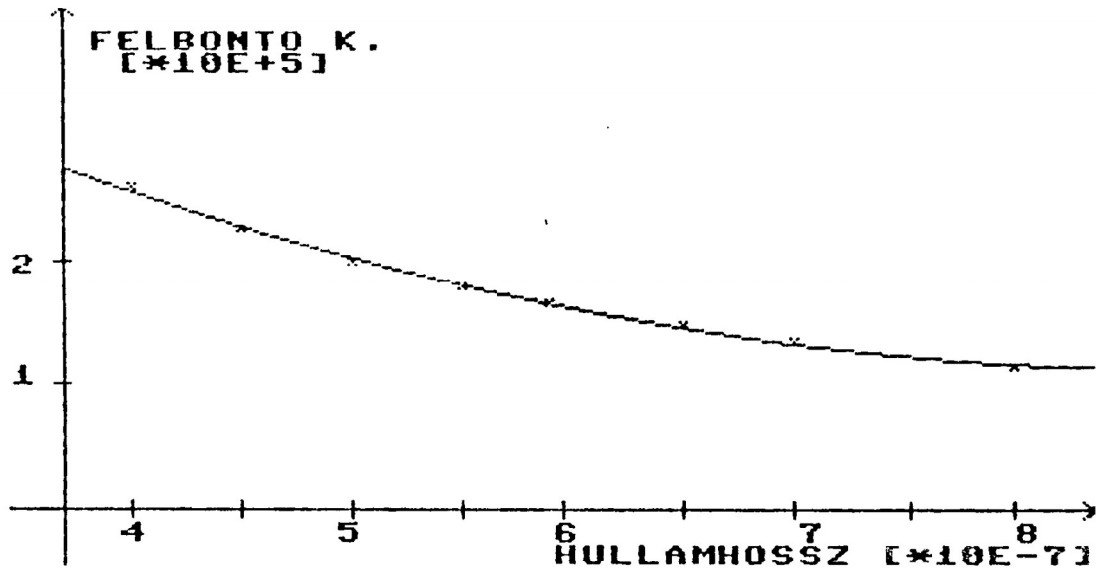
$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt{\frac{n^2 - \sin^2 \alpha_2}{n^2 - \sin^2 \alpha_1}} \quad (4.1)$$

összefüggés állapítható meg, aminek segítségével, és az ismert adatok felhasználásával a felbontóképesség $\left[R_\sigma = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}\right]$ az alábbi módon meghatározható:

$$R_\sigma = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (4.2)$$

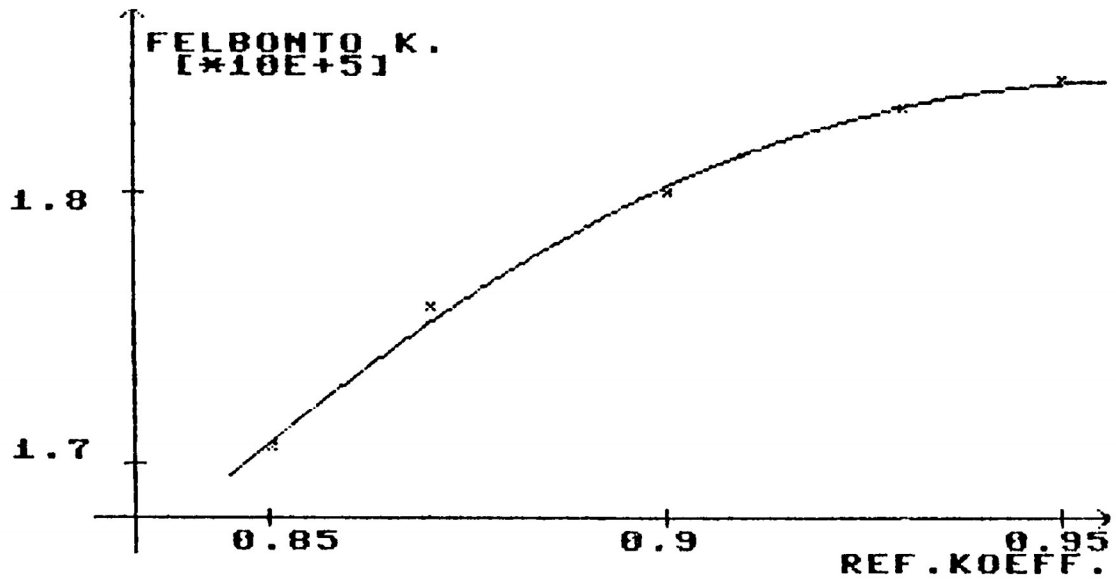
A számítógépes adatsor áttanulmányozása után az alábbi következtetésekre jutottunk:

- a.) A Lummer-lemez felbontóképességének nagysága függ a hullámhossztól (10. ábra). Kisebb hullámhosszakon nagyobb felbontás érhető el és fordítva.

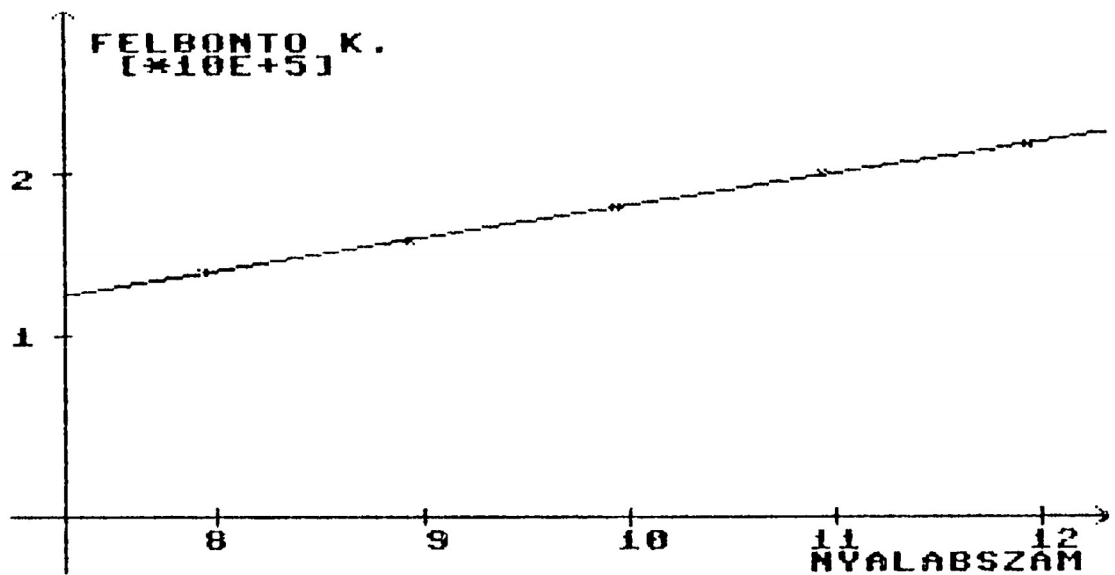


10. ábra

b.) Minél nagyobb a reflexiós koeficiens értéke, annál magasabb a felbontóképesség is (11. ábra). A nagyobb nyalábszám ugyancsak nagyobb felbontást eredményez (12. ábra).

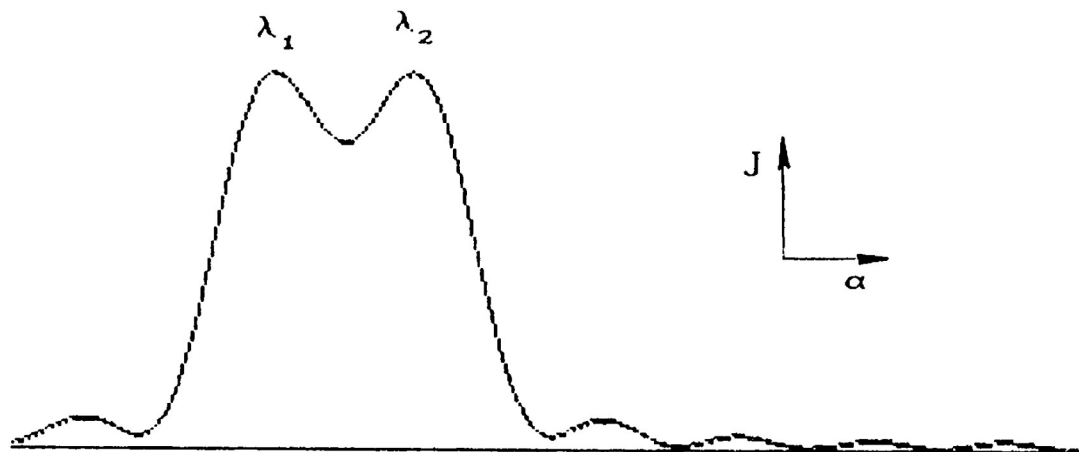


11. ábra



12. ábra

- c.) Egy hullámhosszon, az utolsó húsz renden belül a felbontóképesség konstans.
- d.) A λ_1 és λ_2 -höz tartozó intenzitásgörbék eredőjén (13. ábra) (amit az egyes görbék azonos α_i helyen vett lokális intenzitásértékeinek összegezésével nyertünk) jelentkező nyereg relatív magassága $0,8076 \pm 0,0003$ értéket vesz fel minden hullámhosszon és minden rendben. Összevetve ezt a Rayleigh-féle $\frac{8}{\pi^2} = 0,8106$ arányszámmal, megállapíthatjuk, hogy a Lummer-lemez általunk definiált felbontóképesség-kritériumával meghatározott nyereg-magasság valamivel alacsonyabb, mint a Rayleigh-kritérium által meghatározott. A kapott eredmény biztató egy, a fenti munkát követő kísérleti felbontóképesség vizsgálathoz.



13. ábra

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] Budó Á. - Mátrai T.: Kísérleti fizika III.
Tankönyvkiadó Bp. 1977.
- [2] Horváth J.: Optika (Elektromágneses fényelmélet)
Tankönyvkiadó Bp. 1966.
- [3] Kiss L. - Patkó Gy. - Vida J.: Eljárások interferencia-
spektroszkópiai bontóelemek praktikus
felbontóképességének kísérleti meg-
határozására.
Tudományos Közlemények Eger, 1982.
- [4] Mátrai T.: Gyakorlati spektroszkópia
Műszaki Könyvkiadó, 1963.
- [5] Mika J. - Török F.: Emissziós színeképelemzés
(elméleti rész)
Akadémiai Kiadó Bp. 1968.
- [6] Nussbaum - Phillips: Modern Optika
Műszaki Könyvkiadó 1982.
- [7] Tolansky S.: High Resolution spectroscopy
New York - Chicago, 1947.
- [8] Vida J.: A spektrális felbontóképesség I.
Tudományos Közlemények Eger, 1989.
- [9] Vida J.: A Lummer-lemez optikai felbontóképessé-
gének kísérleti meghatározása
(Egyetemi doktori dolgozat) Eger, 1984.